

Filière : **Licence d'éducation : Enseignement Secondaire Mathématiques - LEM**

Module : **Calcul Différentiel**

Coordonnateur du module : **Zguaid Khalid**

Semestre : **6**

Année : **2025/2026**

OBJECTIFS DU COURS :

Objectif Général : Approfondir la notion de Différentiabilité et maîtriser les théorèmes des accroissements finis et ses applications, les théorèmes d'inversion locale et des fonctions implicites.

Objectifs Spécifiques :

- Consolider les connaissances en matière des espaces vectoriels normés et applications linéaires et multilinéaires déjà acquises.
- Comprendre les espaces de Banach
- Approfondir la notion de différentiabilité.
- Maîtriser les théorèmes des accroissements finis et ses applications.
- Appliquer les théorèmes des accroissements finis et les formules de Taylor.
- Étudier les extrêmes des fonctions.

Méthodes Pédagogiques :

- Cours magistraux.
- Travaux dirigés.
- Évaluations continues et examen final.
- Présentations (si le temps le permet)

Supports Du Cours :

- La présentation « en beamer » donnée

Compétences Générales Visées :

- Maîtrise des concepts de base du calcul différentiel.
- Capacité à résoudre des problèmes complexes en utilisant les théorèmes de différentiabilité.
- Compétence dans l'application des méthodes mathématiques aux situations réelles.

Le volume horaire global de ce module est de 50 heures, soit 25 séances, réparties en 13 séances de cours et 10 séances de travaux pratiques, plus 2 séances d'évaluation. La répartition des 13 séances de cours est la suivante :

Séance 1 : Introduction 1

Contenu :

- Introduction du module et établissement du lien avec le module Analyse 5 de (S3)
- Rappel des notions concernant les espaces vectoriels normés.
 - Distances, normes, ouverts et fermés ; boules ouvertes et boules fermées...

Travail à faire :

- Réviser ce qui a été fait.

Séance 2 : Introduction 2

Contenu :

- Suite des notions préliminaires : rappel des notions concernant les suites dans un espace vectoriel normé
- Rappel de la définition et les propriétés des suites de Cauchy

Travail à faire :

- Réviser la section correspondante et compléter les exercices.

Séance 3 : Espaces de Banach et Applications Linéaires

Contenu :

- Espaces de Banach.
- Applications linéaires continues.

Travail à faire :

- Se familiariser avec les notions introduites.

Séance 4 : Applications linéaires/multilinéaires et différentiabilité

Contenu détaillé :

- Applications linéaires continues (suite).
- Applications multilinéaires continues.
- Introduction à la différentiabilité.

Travail à faire :

- Étudier les applications multilinéaires et comprendre la différence entre elles et les applications linéaires.

Séance 5 : Applications différentiables et différentielles 1

Contenu détaillé :

- Applications différentiables et différentielles
- Différentiabilité et différentielle des applications à valeurs dans un produit d'espaces vectoriels normés.

Travail à faire :

- S'habituer à la notion de la différentielle

Séance 6 : Applications différentiables et différentielles 2

Contenu détaillé :

- Différentiabilité et différentielle des applications à valeurs dans un produit d'espaces vectoriels normés (suite).
- Différentiabilité et différentielle des applications définies sur un ouvert d'un produit d'espaces vectoriels normés.
- Combinaison des deux cas précédents

Travail à faire :

- Effectuer les exercices d'application.

Séance 7 : Applications différentiables et différentielles 3

Contenu détaillé :

- Différentiabilité et différentielle des applications définies sur un ouvert de \mathbb{R}^n .
- Étude de quelques cas particuliers de différentielles
- Remarques utiles

Travail à faire :

- Effectuer les exercices d'application.

Séance 8 : Théorème des accroissements finis (TAF) et ses applications

Contenu détaillé :

- Rappel du TAF pour une fonction de \mathbb{R} dans \mathbb{R}
- Extension de ce théorème au cas d'une fonction d'un espace vectoriel normé E dans \mathbb{R}
- Extension de ce théorème au cas d'une fonction définie sur espace vectoriel normé E dans un autre espace vectoriel normé F
- Quelques applications du TAF

Travail à faire :

- Se familiariser avec la nouvelle version du TAF
- Faire les exercices associés.

Séance 9 : Théorème des fonctions implicites et d'inversion locale

Contenu détaillé :

- Difféomorphisme de classe C^1
- Théorème d'inversion locale
- Théorème des fonctions implicites

Travail à faire :

- Faire les exercices associés.

Séance 10 : Différentielle d'ordre supérieur et extremums 1

Contenu détaillé :

- Introduction des différentielles successives
- Introduction des différentielles supérieures des applications supérieures
- Extension des dérivées partielles en ordre supérieur

Travail à faire :

- Se familiariser avec les notions introduites.

Séance 11 : Différentielle d'ordre supérieur et extremums 2

Contenu détaillé :

- Rappel et Extension du Théorème de Shwartz en dimension supérieure
- Rappel des formules de Taylor
- Extension de formule de Taylor avec reste intégral, avec reste de Lagrange et formule de Taylor-Young en dimension supérieure
- Etude des extremums d'une fonction dimension supérieure
- Exemples et applications

Travail à faire :

- Faire les exercices associés.

Séance 12 : Différentielle d'ordre supérieur et extremums 3

Contenu détaillé :

- Extension de formule de Taylor avec reste intégral, avec reste de Lagrange et formule de Taylor-Young en dimension supérieure (suite)
- Etude des extremums d'une fonction dimension supérieure
- Exemples et applications

Travail à faire :

- Faire les exercices associés.

Séance 13 : Révision et préparation à l'examen final

Contenu détaillé :

- Évaluation des connaissances acquises tout au long du cours
- Discussion des résultats et des concepts clés

Travail à faire :

- Préparer pour l'examen final.
- Réviser toutes les sections et compléter les exercices supplémentaires si nécessaire.

L'évaluation :

Examen final 60%

Contrôle continu 40%

- Exposé/Présentation du cas
- Participation
- Assiduité 5%